



« LA CITÉ AUX ÉNIGMES »

ÉNONCÉS

et

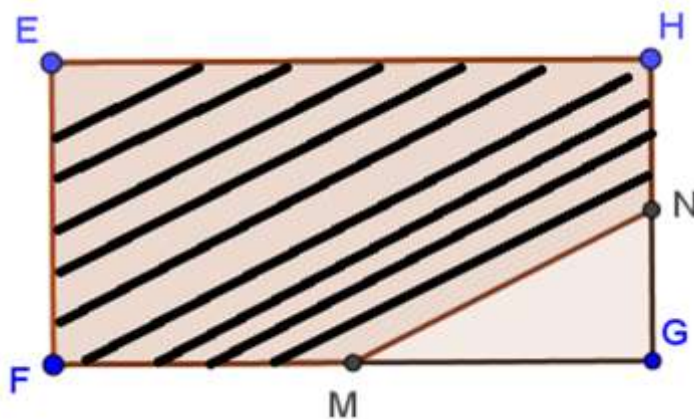
INDICATIONS



1.

Dans le rectangle EFGH, M est le milieu de [FG] et N est le milieu de [GH].

Si $GN = 4$ cm et $MG = 5$ cm, quel pourcentage de l'aire du rectangle est hachuré ?





2.

Quatre footballeurs se rejettent la paternité d'un but. Julian dit que l'auteur du but est Arthur. Arthur dit qu'il s'agit d'Emilien, mais Emilien accuse en réponse Arthur de mentir. Enfin, Léonard jure ne pas avoir mis le but.

En sachant que seul l'un des quatre dit la vérité, qui est l'auteur du but ?



3.

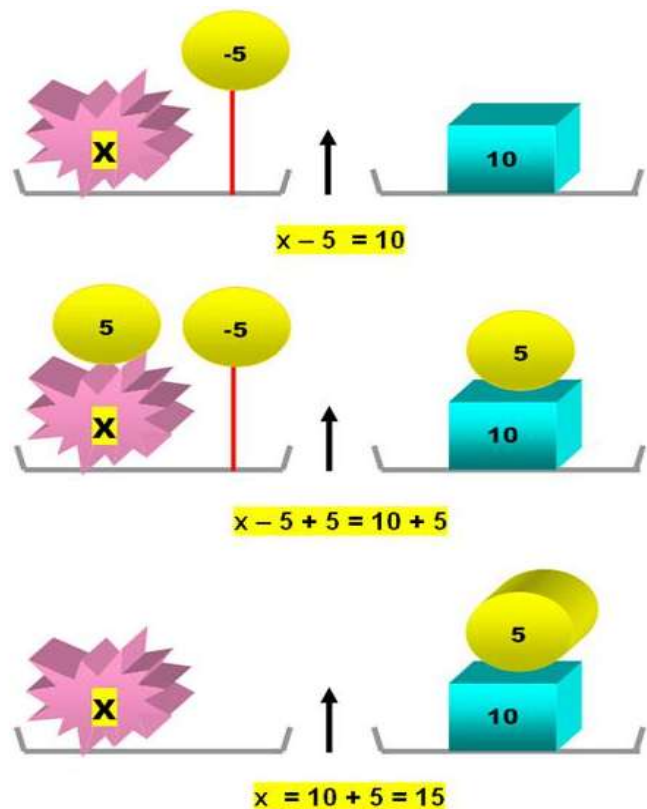
Dans un sac, il y a deux sortes de fruits et au total il y a 24 fruits.

S'il y a six oranges de plus que de bananes, quel est le rapport entre le nombre d'oranges et le nombre de bananes ?

Indications

3.

Le calcul littéral est le calcul... avec des lettres. Il permet par exemple d'établir l'égalité de deux formules quelle que soit la valeur de ces lettres. Il est indispensable pour l'étude des mathématiques.

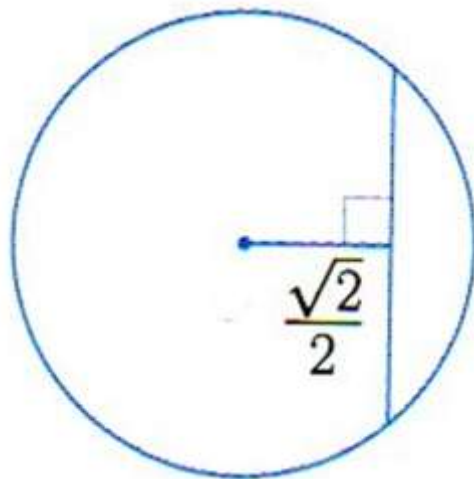




4.

Une droite est tracée à une distance de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm du centre d'un cercle de rayon 1 cm, et divise ce cercle en deux parties.


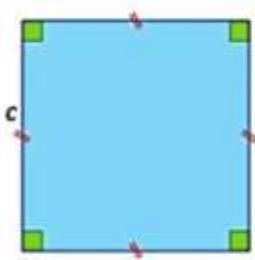
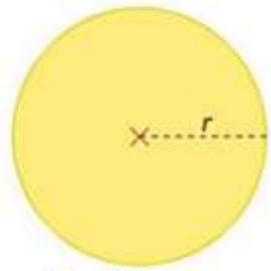
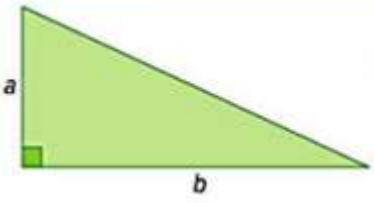
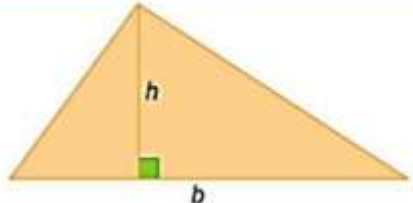
Quelle est l'aire de la partie la plus petite ?



Indications

4.

- **Aire de figures usuelles :**

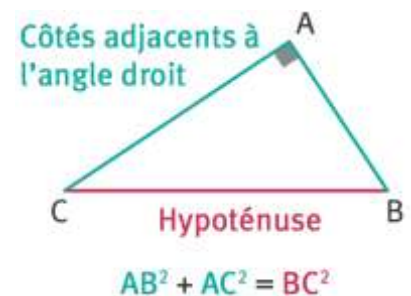
Rectangle	Carré	Disque
 <p>Aire du rectangle : $a \times b$</p>	 <p>Aire du carré : $c \times c = c^2$</p>	 <p>Aire du disque : $\pi \times r \times r = \pi \times r^2$</p>
Triangle rectangle	Triangle quelconque	
 <p>Aire du triangle rectangle : $\frac{a \times b}{2}$</p>	 <p>Aire du triangle : $\frac{b \times h}{2}$</p>	

• **Pythagore** : est né à Samos, en Grèce, vers -570 avant J.C. Il est à la fois mathématicien, astronome, savant et philosophe.

Pythagore acquiert ses connaissances au cours de ses voyages (Syrie, Egypte, Babylone, ...).

Il fait progresser l'arithmétique (science des nombres) et agrandit l'univers des mathématiques avec la musique et la mécanique.

Le célèbre **théorème de Pythagore** était en fait déjà connu sur des cas particuliers par les Chinois et les Babyloniens 1000 ans avant lui...





5.

Combien de chiffres composent
le nombre

$$2^3 \times 5^4 \times 10^5 \quad ?$$

Pour information :

→ Définition des puissances d'un nombre a :

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \times a \times a$$

Il y a n facteurs

Indications

5.

Les puissances interviennent partout en maths et en physique.

C'est une notion très simple, juste basée sur la répétition
d'une multiplication.

Règles de calculs :

Soient a et b des nombres relatifs, m et n des entiers relatifs :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} ;$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n} ;$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} ;$$

$$(ab)^n = a^n \times b^n ;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} .$$



6.

Julien souhaite faire une provision de biscuits pour son chien. Il va dans une boutique et demande 100 biscuits exactement.

Le vendeur lui répond :

« J'ai seulement des sacs de cinq biscuits et des sacs de sept biscuits. »

Si Julien veut le moins de sacs possible, combien de sacs de sept biscuits Julien recevra-t-il ?



7.

Une suite de nombres

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

est définie de la manière suivante :

- les deux premiers termes sont égaux à 1,

- puis pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $a_{n+1} = n(a_{n-1} + a_n)$.

Quel est le chiffre des unités de

$$a_{2020} \text{ ?}$$

Indications

7.



Calculez les premiers termes et observez !

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 49 + 50 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 52 + 51 \\ \hline 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 \\ = 50 \cdot 101 = 5050 \end{array}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$



GAUSS (Gauß) Karl Friedrich, allemand, 1777-1855



8.

Si le nombre

$$k = \frac{9n^2 + 31}{n^2 + 7}$$

est un entier, déterminer les valeurs possibles pour n entier relatif.

Indications

8.

Les diviseurs



Les diviseurs d'un nombre sont tous les nombres naturels qui peuvent diviser ce nombre sans qu'il n'y ait de reste à la division.

Nous pouvons utiliser la méthode « arc-en-ciel » pour trouver tous les diviseurs d'un nombre.

Les diviseurs de 12 {1, 2, 3, 4, 6, 12}

$12 \div 5 = 2,4$ Donc, 5 n'est pas un diviseur de 12.

Règle : Pour additionner (ou soustraire) deux fractions ayant le même dénominateur :

- on additionne (ou on soustrait) les deux numérateurs
- on conserve le dénominateur commun

On a donc: $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ et $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$

Soit a, b, c, d quatre nombres relatifs avec $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div d}{b \div d}$$



9.

Considérons la suite

$$t_1 = 1, t_2 = 1 \text{ et}$$

$$t_n = \left(\frac{n-3}{n-1} \right) t_{n-2} \text{ où } n \geq 3.$$

Quelle est la valeur de

$$t_{2020} ?$$

Indications

9.

Calculez les premiers termes et observez le rang et la valeur de chaque terme !

Sous quelle forme s'écrit un nombre impair ?

et un nombre pair ?

Un calcul de nombres en écriture fractionnaire est d'autant plus facile lorsque l'on pense à simplifier les fractions AVANT !



10.

La moyenne de six nombres est 4.
Lorsque l'on ajoute un septième
nombre, la moyenne passe
alors à 5.

Quel est le nombre rajouté ?

Indications

10.

Méthode	Application
$\frac{\text{Somme des données}}{\text{Nombre de données}} = \text{Moyenne simple}$	<p>Les notes d'un élève sont de 10, 15 et 8. On cherche sa moyenne arithmétique simple.</p> $\frac{10 + 15 + 8}{3} = 11$ <p>La moyenne de l'élève en arithmétique est de 11.</p>

$$\bar{X} = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{(n)}$$