

PROJET : ENIGMES « Maths et Société »

→ **Semaine des Mathématiques (mars 2021) : Quelques productions de TspéMaths4**

Limites

Soit $f(x) = -2e^x + 3 + \frac{5}{x}$, calculer la limite de $f(x)$ en $-\infty$.

Soit $h(x) = \frac{15x^2 + x - 6}{x^2 + 1}$, calculer la limite de $h(x)$ en $+\infty$.

Soit $m(x) = \frac{\sqrt{x+2} + 22x}{x}$, calculer la limite de $m(x)$ en $+\infty$.

Soit $g(x) = \frac{-3-9x}{5-x}$, calculer la limite de $g(x)$ en $+\infty$.

Soit $p(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$, calculer la limite de $p(x)$ en 2.

Chaque lettre de l'alphabet correspond à un nombre : A = 1, B=2, ... et Z=26.

A l'aide des limites trouvées, déceler le mot mystère.

Bonus : Soit $n(x) = \frac{-38x^2 + 5x - 1}{-2x^2 + x + 1}$, par déduction, quelle serait la limite de $n(x)$ en $+\infty$? Vérifier en la calculant.

Epidémie

Limites



• Une fonction rationnelle a la même limite en $+\infty$ et $-\infty$ que le quotient des termes de plus haut degré de son numérateur et de son dénominateur

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\bullet a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Le mot mystère est **COVID**
La limite bonus était 19 pour Covid 19

Epidémie

Les Fonctions

Alex est un jeune scientifique d'un laboratoire localisé à Wuhan. Il est notamment accusé d'avoir élaboré le virus de la covid19, lui intégrant des propriétés de propagation efficaces et rapides ! A cause des mauvaises précautions employées par le laboratoire qui ont coûté la fuite du nouveau virus, le gouvernement chinois a censuré le nom de famille d'Alex dans le but de le protéger...

En retrouvant ce nom de famille, la croissance de la Covid19 prendrait tout son sens...

Heureusement, des indices ont été trouvés dans des algorithmes issus des ordinateurs des autorités chinoises et il est donc désormais possible d'identifier ce nom grâce à une fonction issue d'un de ces algorithmes : $f(x) = 2x + 2$

En calculant dans l'ordre : $f(7)$, $f(6,5)$, $f(6)$, $f(1,5)$, $f(6)$, $f(9)$, $f(3,5)$, $f(1,5)$, $f(5)$, $f(5)$, $f(1,5)$

Vous trouverez des nombres correspondant à un emplacement d'une lettre dans l'alphabet (ex : 1=A ; 2=B, ...). Le tout formera le nom tant recherché...Bon courage !

Santé/épidémie

Les Fonctions

On calcule ainsi :

- $f(7)=16$: ce qui correspond à la lettre P, 16^{ème} lettre de l'alphabet.
- $f(6,5)=15$: ce qui correspond à la lettre O
- $f(6)=14$: ce qui correspond à la lettre N
- $f(1,5)=5$: ce qui correspond à la lettre E
- $f(9)=20$: ce qui correspond à la lettre T
- $f(3,5)=9$: ce qui correspond à la lettre I
- $f(5)=12$: ce qui correspond à la lettre L

Ainsi, $f(7)$, $f(6,5)$, $f(6)$, $f(1,5)$, $f(6)$, $f(9)$, $f(3,5)$, $f(1,5)$, $f(5)$, $f(5)$, $f(1,5)$ code le mot P O N E N T I E L L E

PONENTIELLE est le nom d'Alex le scientifique ! De ce fait, le virus possède une croissance à l'exponentielle (Alex Ponentielle) ...

En effet, la fonction exponentielle (notée exp) est strictement positive et croissante sur \mathbb{R} . Elle caractérise même plus précisément une croissance rapide !

Santé/épidémie

Suites




La crise du coronavirus a touché 120 000 personnes en 2020. On estime que le virus touchera 40 000 cas chaque année en moyenne.

Sous forme d'une suite, et en trouvant son terme général, combien de personnes seront touchés en 2040 ?

Pandémie




Suites




Il y aura 920 000 personnes touchées en 2040 car :

- ✓ **120 000** le nombre de personnes touchées en 2020
- ✓ **40 000** le nombre de nouveaux cas par an
- ✓ Soit **n** le nombre d'années : **20**

Suite : $U_{n+1} = U_n + 40\,000$

Terme général : $U_n = 120\,000 + 40\,000n$

D'où : $U_n = 120\,000 + 40\,000 \times 20$
= 920 000

Pandémie




Suites

La chute du chiffre d'affaires de la musique en termes de marché physique et relativement stable entre 2010 et 2018, cette baisse est d'environ 49,7 millions euros durant cette période.

```

1 def chiffreDAffaires(annees,baisse):
2     i=0
3     CA=711.2
4     while i<annees :
5         CA=CA-baisse
6         i=i+1
7     return(CA)

```

Le programme en python ci-dessus permet de connaître ce chiffre d'affaires après un nombre d'années inférieur à 8 à partir de 2010 donc un chiffre d'affaires entre 2010 et 2018.

Si on utilise ce programme et qu'il renvoie environ 413, le chiffre d'affaires du marché physique de la musique calculé représente celui de quel année ?

Source : Insee Culture/arts

Suites

On peut comprendre que le paramètre "baisse" est égal à 49.7 car c'est la baisse du chiffre d'affaires du marché physique de la musique entre 2010 et 2018.

Ensuite, on peut déduire que le chiffre d'affaires en 2010 est de 711,2 millions, car c'est la valeur inscrite à la troisième ligne et qui est utilisé dans le reste du programme pour calculer la valeur finale.

Dans la boucle while on retire donc à chaque boucle 49.7 au chiffre d'affaires qui est de 711,2 donc on a une suite arithmétique, donc on cherche n avec:

$U_n = U_0 + nr$

avec **$U_0 = 711.2$**

$U_n = 413$ car c'est le résultat que python affiche

$r = -49.7$ car cela correspond à la baisse

$413 = 711.2 + n \times 49.7$

$711.2 - 413 = n \times 49.7$

$298.2 / 49.7 = n$ donc **$n = 6$** d'où **$2010 + 6 = 2016$**

Donc 413 millions d'euros correspond au chiffre d'affaires du marché physique de la musique en **2016** (le nombre exact est de 419,6 millions selon l'Insee)

Source : Insee Culture/arts

Limites

A chaque nombre correspond une lettre. 1 pour la première lettre de l'alphabet A et ainsi de suite jusqu'à 26. Ces limites sont donc compris de 1 à 26 et vont former un mot.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 16 - \frac{1}{2x+1} = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} 31x - 181 = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^x + 18 = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -20} -x = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8x - 19}{\sqrt{x^4 - 25x} - 5} = \dots$$

épidémie

Limites

La réponse est : **P E S T E**.

La peste (aussi appelée peste noire) est une pandémie apparue au milieu du XIV^e siècle qui a fait beaucoup de morts à cette époque-là.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 16 - \frac{1}{2x+1} = 16 = P$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} 31x - 181 = 5 = E$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^x + 18 = 19 = S$$

$$\lim_{x \rightarrow -20} -x = 20 = T$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8x - 19}{\sqrt{x^4 - 25x} - 5} = 5 = E$$

épidémie

Combinatoire/Dénombrement

Lors de la demi-finale du grand tournoi de Yam's (jeu de hasard qui se joue avec 5 dés), le champion du monde affirme qu'obtenir une quinte (5 dés identiques) en plusieurs étapes est plus rare qu'une quinte obtenue au premier jet. Les étapes annoncées par le champion sont les suivantes :

- un full (3 dés identiques et 2 autres dés identiques)
- un carré (4 dés identiques) après avoir relancé les 2 dés identiques du full
- une quinte après avoir relancé le dé différent des 4 autres

Un de ses adversaires lui rétorque que la quinte obtenue au premier jet est moins probable. Qui a raison ? Justifier.

Jeux de hasard

Combinatoire/Dénombrement

Il y a 6 façons d'obtenir une quinte au premier jet soit obtenir que des 1, que des 2, que des 3, que des 4, que des 5, que des 6. Au premier jet il existe 6^5 possibilités. On pose $P(q)$, la probabilité d'obtenir une quinte au premier jet. D'où $P(q) = 6 / (6^5) = 7.72 \cdot 10^{-4}$.

Obtenir un full correspond à :

$$6 * 1 * 1 * \binom{5}{3} * 5 * 1 = (30 * 5!) / (3! * (5-3)!) = 300$$

D'où $P(f) = 300 / 7776$

Pour obtenir un carré en relançant les 2 dés identiques, il y

$$\text{a 10 solutions : } \binom{2}{1} * 1 * 5 = 10$$

Il y a 36 possibilités au 2^e jet car $6^2 = 36$. D'où $P_f(c) = 10/36$
Pour Obtenir une quinte au dernier jet, il y a une solution sur 6 possibilités.

Donc $P(fcq) = P(f) * P_f(c) * 1/6 = 1.79 * 10^{-3}$. Or $P(fcq) > P(q)$
Donc la quinte obtenue au premier coup est moins probable que cette combinaison c'est donc l'adversaire du champion du monde qui a raison.

Jeux de hasard